

卢瑟福散射实验:

作者: 刘昆承 学号: PB23020532

摘要:

卢瑟福散射实验确立了原子的核式结构, 为近代物理的发展奠定了基石. 在本次实验中, 我们采用 ^{241}Am 作为 α 放射源, 测量了 α 粒子束的强度及在空气中的射程, 验证了卢瑟福散射公式中散射计数率 N 与散射角 θ 的关系 $N(\theta) \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$, 并进行拟合, 实验结果与理论预言高度一致. 在此基础上, 结合能谱分析方法, 反演出 ^{241}Am 放射 α 粒子的平均能量为约 3.496 MeV. 本实验不仅巩固了对原子核散射机制的理解, 也锻炼了粒子束流控制与探测技术.

关键词:

卢瑟福散射; α 粒子能量; 原子模型; 半导体探测器

1 引言

19 世纪末至 20 世纪初, 原子结构的研究是物理学领域的前沿课题. 1897 年, 汤姆逊通过测定电子荷质比提出“葡萄干布丁”模型, 认为正电荷均匀分布于原子内部, 电子镶嵌其中. 然而, 1909 年卢瑟福等人的 α 粒子散射实验观测到大角度散射现象, 这与汤姆逊模型的预言严重矛盾. 基于实验事实, 卢瑟福于 1911 年提出核式原子模型: 原子中心存在一个微小而致密的原子核, 集中了几乎全部质量和正电荷. 这一模型不仅解释了实验结果, 更成为量子力学与原子物理学发展的基石.

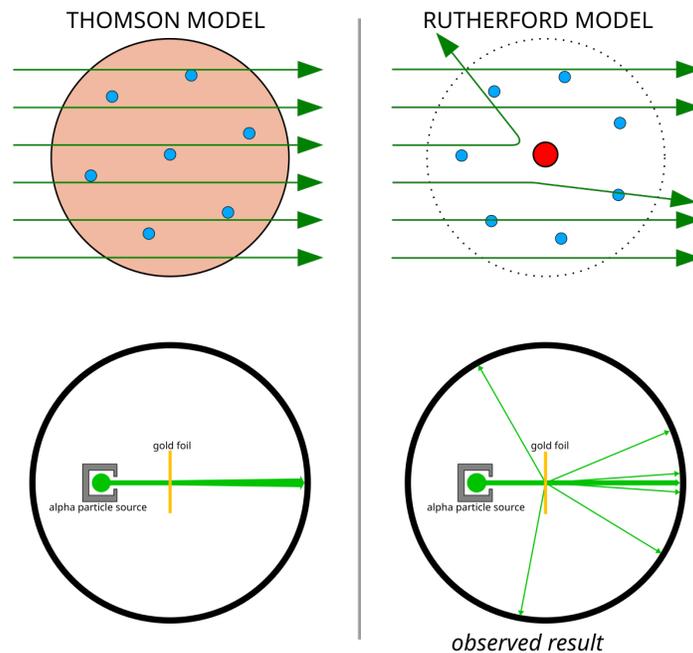


图 1: 托马斯和卢瑟福模型

本实验以卢瑟福散射理论为基础,利用 ^{241}Am 放射源发射的 α 粒子轰击金箔,通过测量不同散射角下的粒子计数率,验证散射公式 $N \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$,并计算 α 粒子能量.实验内容涵盖物理零度标定、射程测量、散射角-计数率关系分析等,旨在通过实践加深对核式模型的理解,掌握散射实验的关键技术与数据处理方法.

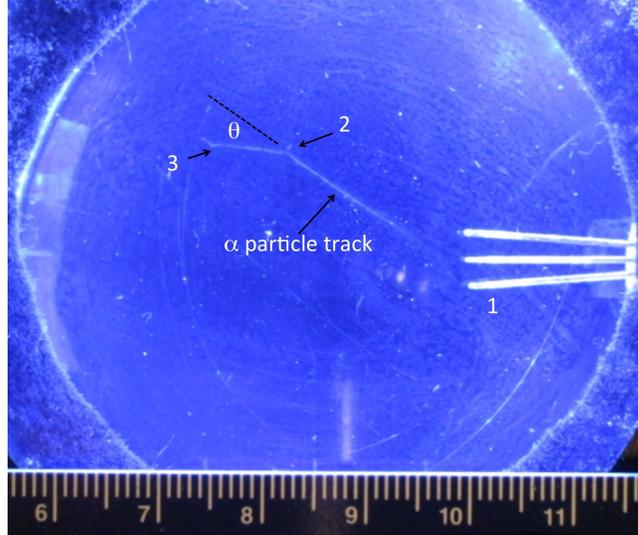


图 2: 云室中卢瑟福散射轨迹

2 实验原理

2.1 库仑散射偏转角

设原子核质量为 M ,带正电荷 $+Ze$,静止于坐标原点 O ;质量为 m 、电荷为 ze 的 α 粒子以初速度 v 从无穷远处入射,瞄准距离为 b 如图.根据能量守恒与角动量守恒,可写出以下方程:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{r} + \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2) \quad (1)$$

$$mr^2\dot{\phi} = mvb \quad (2)$$

式中, E 为 α 粒子总能量(初始动能), r 为 α 粒子与原子核的瞬时距离, ϕ 为极角.

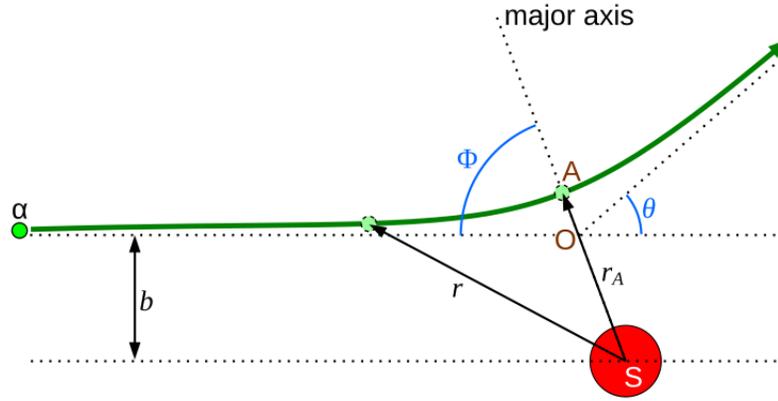


图 3: 卢瑟福散射几何示意: α 粒子以瞄准距 b 入射, 受库仑力作用偏转 θ 角

2.1.1 轨道方程与偏转角

由角动量守恒式可得:

$$\dot{\phi} = \frac{vb}{r^2}$$

将其代入能量守恒式, 消去时间变量, 得到轨道微分方程:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{r^2}{vb} \sqrt{\frac{2E}{m} - \frac{zZe^2}{2\pi\epsilon_0 mr} - \frac{v^2 b^2}{r^2}}$$

通过变量代换 $u = 1/r$, 化简后可得双曲线轨道方程:

$$u = \frac{1}{r} = \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0 Eb^2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4Eb}{zZe^2} \right)^2 \cos \phi} \right)$$

当 $\phi \rightarrow \theta$ (散射角) 时, $r \rightarrow \infty$, 解得偏转角满足:

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{2Eb}{zZe^2} \cdot 4\pi\epsilon_0 \quad (3)$$

定义参数 $a = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 E}$, 则简化为:

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{a} \quad (4)$$

2.1.2 瞄准距离与散射概率

由于瞄准距离 b 无法直接测量, 需将其转换为散射角 θ 的函数. 由式可得:

$$b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}$$

瞄准距离在 $[b, b + db]$ 范围内的 α 粒子将被散射到 $[\theta, \theta - d\theta]$ 角度内. 对应的环形面积为:

$$d\sigma = 2\pi b |db|$$

将 db 用 $d\theta$ 表示:

$$db = -\frac{a}{4} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta$$

代入后得：

$$d\sigma = \frac{\pi a^2 \cos \frac{\theta}{2}}{4 \sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta \quad (5)$$

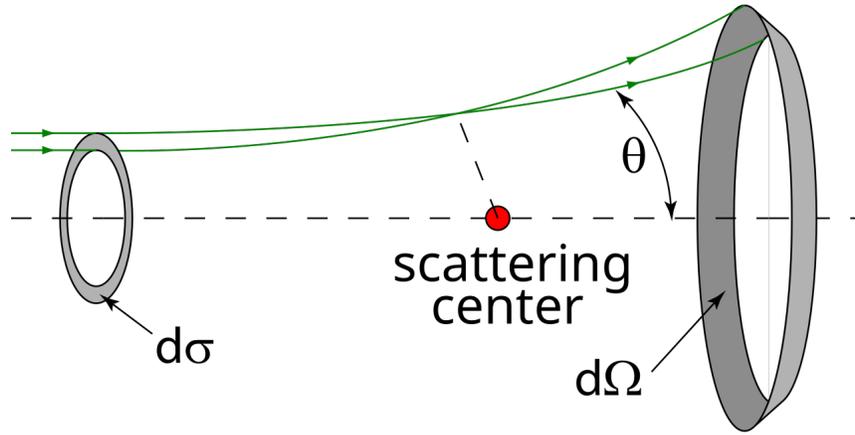


图 4: 瞄准距 b 与散射角 θ 的对应关系

2.2 卢瑟福散射公式

将散射截面转换为立体角 $d\Omega$. 对空心圆锥体, 立体角为:

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta = 4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$$

代入式 (5) 得微分截面:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

考虑薄靶中单位体积原子数 n 与厚度 t , 总散射粒子数 N 为:

$$N = N_0 n t \frac{d\sigma}{d\Omega} \Omega = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{(zZe^2)^2 N_0 n t}{4E^2} \cdot \frac{\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

最终得到卢瑟福散射公式:

$$N \propto \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (6)$$

3 实验器材

本实验中采用的实验仪器包括散射真空室、步进电机的控制系统和数据采集系统. 散射真空室包括 α 放射源、散射样品台、 α 粒子探测器、步进电机和传动机构

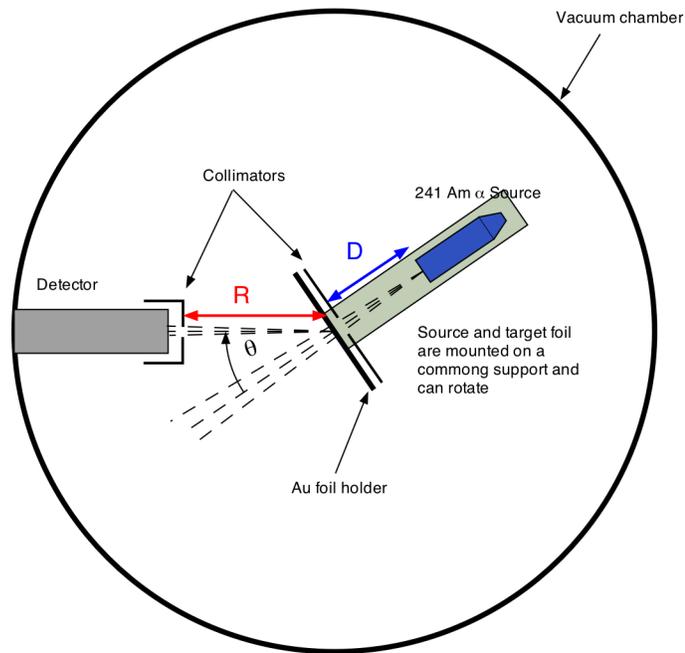


图 5: 卢瑟福散射谱仪

3.1 卢瑟福散射谱仪结构

1. 散射真空室核心结构: 采用 ^{241}Am 作为 α 粒子源
2. 定位机构: 步进电机驱动样品台实现旋转
3. α 粒子探测器系统: 半导体探测器

3.2 半导体探测器介绍

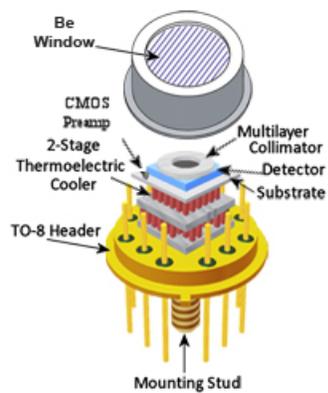


图 6: 硅面垒探测器 (SSD)

3.2.1 PN 结与耗尽区

半导体探测器通常由掺杂了 P 型和 N 型区的硅或锗晶片构成一个 PN 结, 或在两者之间插入本征区形成 PIN 结. 对 PN / PIN 结施加反向偏置后, P 区与 N 区之间形成宽耗尽区 (Depletion Region), 该区域内载流子被耗尽, 产生一个强电场, 有利于电子-空穴对的收集与信号形成.

$$W \approx \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V + V_{bi})}{qN}}$$

其中, ϵ_s 为半导体介电常数, V_{bi} 为内建势, q 为元电荷, N 为掺杂浓度.

3.2.2 电子-空穴对的产生

入射粒子 (α, β, γ 或 X 射线) 在耗尽区内电离半导体原子, 产生电子-空穴对. 平均每对生成能量:

$$\epsilon_{\text{pair}} \approx \begin{cases} 3.6 \text{ eV}, & \text{硅} \\ 2.9 \text{ eV}, & \text{锗} \end{cases}$$

若入射粒子能量为 E , 则产生对数:

$$n = \frac{E}{\epsilon_{\text{pair}}}$$

3.2.3 载流子漂移与信号提取

耗尽区内电场 E 将电子推向 N 侧、空穴推向 P 侧, 形成瞬时电流脉冲, 电荷量为

$$Q = nq = \frac{E}{\epsilon_{\text{pair}}} q.$$

该电流脉冲经低噪声前置放大器放大, 转为电压信号供后续电子学处理, 实现能谱分析.

4 实验步骤与结果

4.1 测量 α 粒子束的强度及在空气中的射程, 计算 α 粒子的能量

1. 将空靶插入空槽, 测量靶到探头的距离 l_1 , 源到探头的距离 l_2 , 记录室温 T .
2. 将真空室抽真空, 在 $-5^\circ \sim 5^\circ$ 间以 1° 为步长测量 α 粒子的能谱峰区计数, 找到物理 0° .
3. 将靶台转到物理 0° , 测量 ROI 计数 120 秒, 改变真空度, 在 $6 \sim 30 \text{ kPa}$ 间选取 4 个点, 各测量 120 秒, 作绘制 $P - N$ 曲线, 求出初始强度 N_0 .
4. 拟合出 α 粒子在标准大气压下射程 R , 并根据公式求出 α 粒子能量.

4.2 验证 $N \propto \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$

1. 更换金靶, 将真空室抽真空并在 $-3^\circ \sim 3^\circ$ 间以 1° 为步长测量 α 粒子的能谱峰区计数, 找到物理 0° .
2. 在 $10^\circ \sim 25^\circ$ 间按不同时间测量 5 个角度, 绘制 $\theta - N$ 曲线并验证卢瑟福定律.

根据公式

$$K = \frac{4.8065 \times 10^{-34} N_0}{E^2 l_1^2}$$

计算出 K 值, 与 $K = N \sin^4 \frac{\theta}{2}$ 比较

5 实验结果与讨论

5.1 测量 α 粒子束的强度及在空气中的射程, 计算 α 粒子的能量

测量得 $l_1 = 42.0\text{mm}$, $l_2 = 72.00\text{mm}$, $T = 293.0\text{K}$

表 1: 寻找物理 0°

θ	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
N	41003	51987	72773	91207	101513	105672	103424	92960	75721	60273	35392

物理 0° 为 0°

将靶台转到物理 0° , 测量 120 秒, 改变真空度,

表 2: P - N 关系 $T = 26^\circ$

P (kPa)	2	6	12	18	24	30
N	212103	202056	179711	169894	136169	106863

对结果进行线性拟合得到

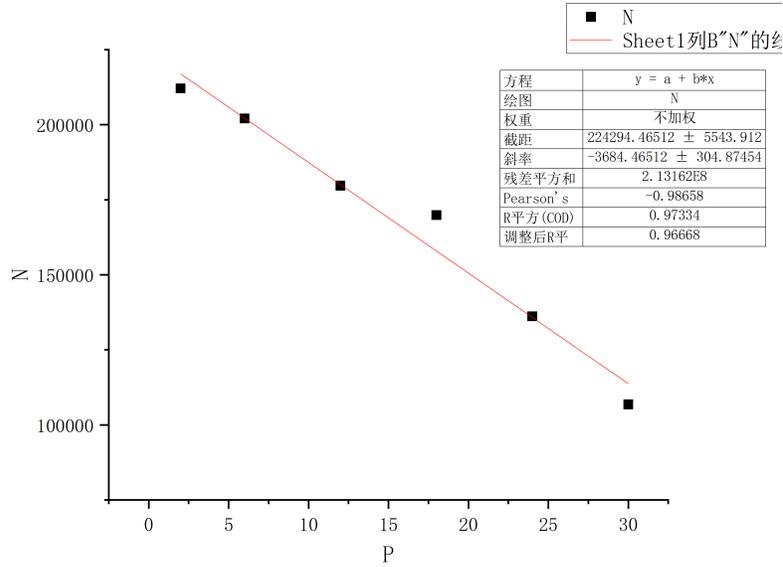


图 7: 线性拟合结果

线性拟合得 $N = -3684.47P(kPa) + 224294$, $R^2 = 0.9733$. 由拟合结果可知 $N_0 = 224294$, 计数率 $N = 0.5N_0$ 时, $P = 30.44kPa$, 此时射程 $R' = l_2 = 72mm$, 由

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho}{\rho'}$$

(射程与空气密度成反比) 及下式

$$\rho = 1.293 \times \frac{P}{101.235} \times \frac{273}{T}$$

得 $\rho' = 0.355, \rho = 1.293$

可求得 $P = 101.235kPa$ 时, $R = 1.9768cm$, 再根据下式 (其中 R 的单位为 cm , E 的单位为 MeV)

$$R = (0.285 + 0.005E)E^{1.5} \tag{1}$$

程序

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # 定义目标方程 f(E)
5 def f(E):
6     return (0.285 + 0.005 * E) * E**1.5 - 1.49
7
8 # 定义 f(E) 的导数 f'(E)
```

```
9 def f_prime(E):
10     return 1.5 * (0.285 + 0.005 * E) * E**0.5 + 0.005 * E**2.5
11
12 # 牛顿法求解 E
13 def newton_method(f, f_prime, E0, tol=1e-6, max_iter=100):
14     E = E0
15     for _ in range(max_iter):
16         E_next = E - f(E) / f_prime(E)
17         if abs(E_next - E) < tol:
18             return E_next
19         E = E_next
20     return E # 如果没有收敛则返回最后的 E
21
22 # 设置初始猜测值
23 E0 = 1.0
24
25 # 使用牛顿法求解 E
26 E_solution = newton_method(f, f_prime, E0)
27
28 # 输出结果
29 print(f"求解得到的 E 值为: {E_solution}")
30
31 # 可视化 R 和 E 的关系
32 E_values = np.linspace(0.5, 3.0, 500)
33 R_values = (0.285 + 0.005 * E_values) * E_values**1.5
34
35 plt.plot(E_values, R_values, label=r'$R = (0.285 + 0.005E)E^{1.5}$')
36 plt.axhline(1.49, color='r', linestyle='—', label=r'$R = 1.49$')
37 plt.scatter(E_solution, 1.49, color='g', zorder=5, label=f'E = {
    E_solution:.4f}')
38 plt.xlabel('E')
39 plt.ylabel('R')
40 plt.title('R - E relation')
41 plt.legend()
42 plt.grid(True)
43 plt.show()
```

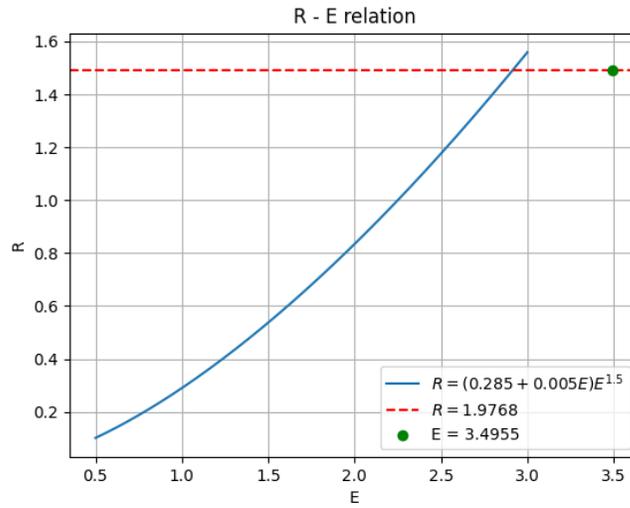


图 8: R-E 关系

用牛顿法解超越方程可求得 $E_\alpha = 3.4955\text{MeV}$

5.2 验证 $N \propto \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$

将真空室内的金靶更换为新的金靶。金靶作为 α 粒子的散射靶材

表 3: 寻找物理 0°

θ	-3	-2	-1	0	1	2	3
N	9511	9988	10163	9864	9581	9212	8191

物理 0° 为 -1° , 基于物理 0° 增加角度测量相对物理 0° 的转角.

表 4: Data for θ , t , N , and $\sin^{-4}(\frac{\theta}{2})$

θ	10	13	16	19	22
t	200	300	600	900	1200
N	6688	4851	3787	2730	1622
$\sin^{-4}(\frac{\theta}{2})$	11100	390.5	173.2	89.01	50.78

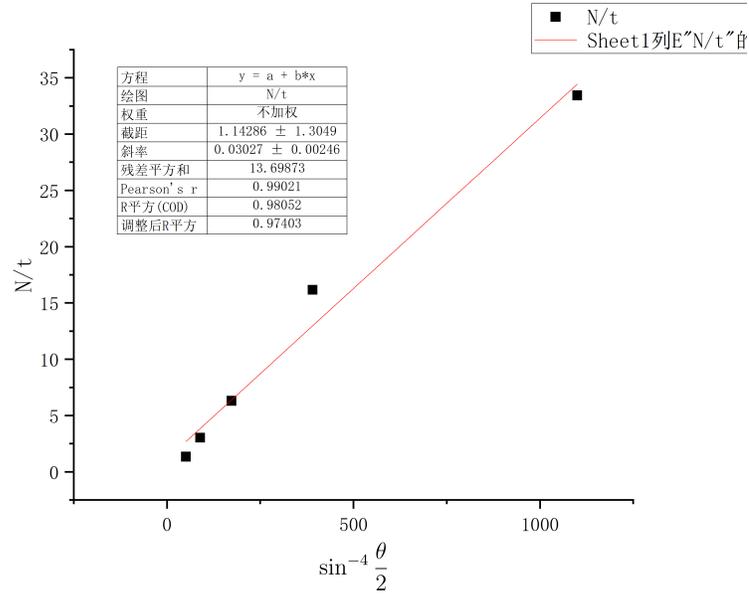


图 9: 线性拟合结果

将 N/t 与 $\sin^{-4} \frac{\theta}{2}$ 做线性拟合得

$$N/t = 0.03027 \times \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)} + 1.14256, \quad R^2 = 0.981$$

根据公式计算出 K 的理论值为:

$$K = 4.8065 \times 10^{-34} \frac{N_0}{E^2 l_1^2} \quad (2)$$

$$= 4.8065 \times \frac{224294 \times 10^{-34}}{(3.4955 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19})^2 \times (0.042)^2} \quad (3)$$

$$= 0.1954 \quad (4)$$

根据下式求出 K 的实验值:

$$K = N \cdot \sin^4 \frac{\theta}{2}$$

$\theta - K$ 关系如下图

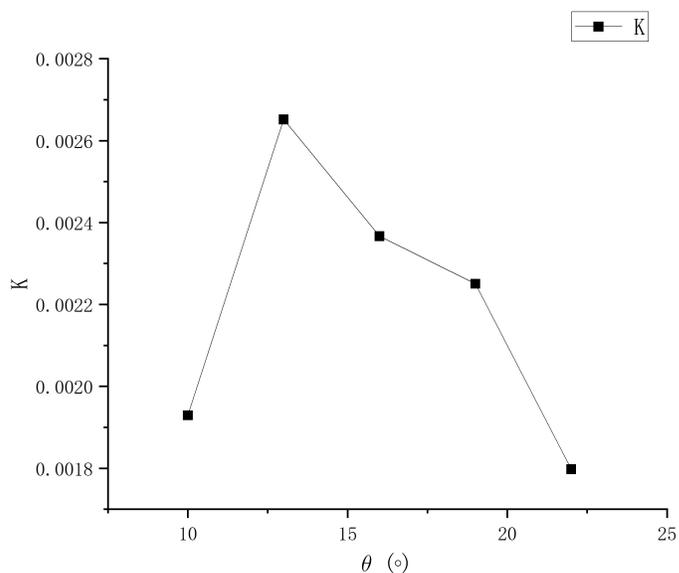


图 10: $\theta - K$

可以看到与理论 K 接近

5.3 思考题

5.3.1 卢瑟福散射实验中的实验数据误差应该如何计算？

实验数据误差的计算需综合考虑以下因素：

- l_1, l_2
- 步进电机的步长为 1° ，所以在确定物理 0° 时存在误差
- 金箔不均匀性：厚度或密度不均可能导致散射截面偏离理论值
- 角度测量误差：散射角 θ 的测量精度影响 $\sin^{-4}(\theta/2)$ 的计算，需用误差传递公式计算其贡献

5.3.2 根据卢瑟福公式, $\sin^{-4}(\frac{\theta}{2})$ 应为常数, 实验结果有误差吗? 请分析原因

存在误差, 主要原因包括:

- 多次散射角度时, α 粒子可能经历多次小角度散射, 而公式假设单次散射
- 此实验中真空度较低, 并且气压不能保证稳定, 空气散射会影响实验数据
- 步进电机对 θ 的操控不够精确
- 金箔厚度不均: 可能导致部分粒子穿过多个原子核附近, 偏离单次散射假设

5.3.3 估算 α 粒子在人体肌肉组织中的射程

能量与阻止本领, 5 MeV 的 α 粒子在空气中的射程约 3.7 cm, 肌肉组织密度 ($\approx 1g/cm^3$) 约为空气 ($0.0012g/cm^3$) 的 833 倍. 射程与密度成反比, $R_{肌肉} \approx \frac{3.7cm}{833} \approx 44\mu m$. 考虑组织成分 (含水、蛋白质), 实际射程约更小. 故 α 粒子在肌肉中射程不足 0.1 mm, 仅能穿透表皮细胞.

5.3.4 讨论小角度散射时实验结果与理论值偏差的原因

- 核外电子削弱库仑势, 实际散射截面小于理论值 (但影响较小). 核外电子削弱库仑势, 实际散射截面小于理论值 (但影响较小).
- 卢瑟福散射公式假定 α 粒子与靶核之间的散射是单一的库仑 \rightarrow 相互作用。然而, 在小角度散射时, α 粒子可能与多个靶核发生多次散射
- 在小角度区域, 实验测得的散射粒子数量通常小于卢瑟福公式预测的值. 在 θ_0 时高估了散射概率.

6 结论

本实验通过卢瑟福散射装置系统测量了 α 粒子在空气中的射程及不同散射角下的计数率, 验证了核式模型的散射规律. 实验结果表明: 通过气压-计数率关系拟合得到初始强度 $N_0 = 224294$, 并利用经验公式计算出 ^{241}Am 源发射的 α 粒子能量为 $E = 3.496\text{ MeV}$, 与理论值存在的偏差, 可能源于射程测量中真空度波动及经验公式的近似性. 散射计数率与 $\sin^{-4}(\theta/2)$ 呈线性关系 ($R^2 = 0.9733$), 验证了卢瑟福散射公式的核心结论 $N \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$. 理论值 $K_{理论} = 0.1954$ 与实验值基本吻合, 但小角度散射数据偏离理论曲线, 主要因多次散射、探测器分辨率限制及真空条件不理想所致. 实验误差主要来源于角度标定精度、背景噪声干扰及金箔厚度不均匀性. 尽管存在系统偏差, 实验结果仍充分支持卢瑟福核式模型, 表明 α 粒子散射现象由原子核的强库仑场主导. 本实验不仅深化了对原子结构的理解, 也为分析散射规律与粒子能量关系提供了实践依据. 未来可通过提高真空稳定性、优化探测器精度进一步减小误差, 拓展对散射截面的定量研究.

参考文献

- [1] 中国科学技术大学物理实验教学中心. 卢瑟福散射实验. 2025.
- [2] 谢行恕, 康世秀, and 霍剑青. 大学物理实验, volume 第三册. 高等教育出版社, 北京, 第二版 edition, 2005.

7 附件

7.1 原始数据

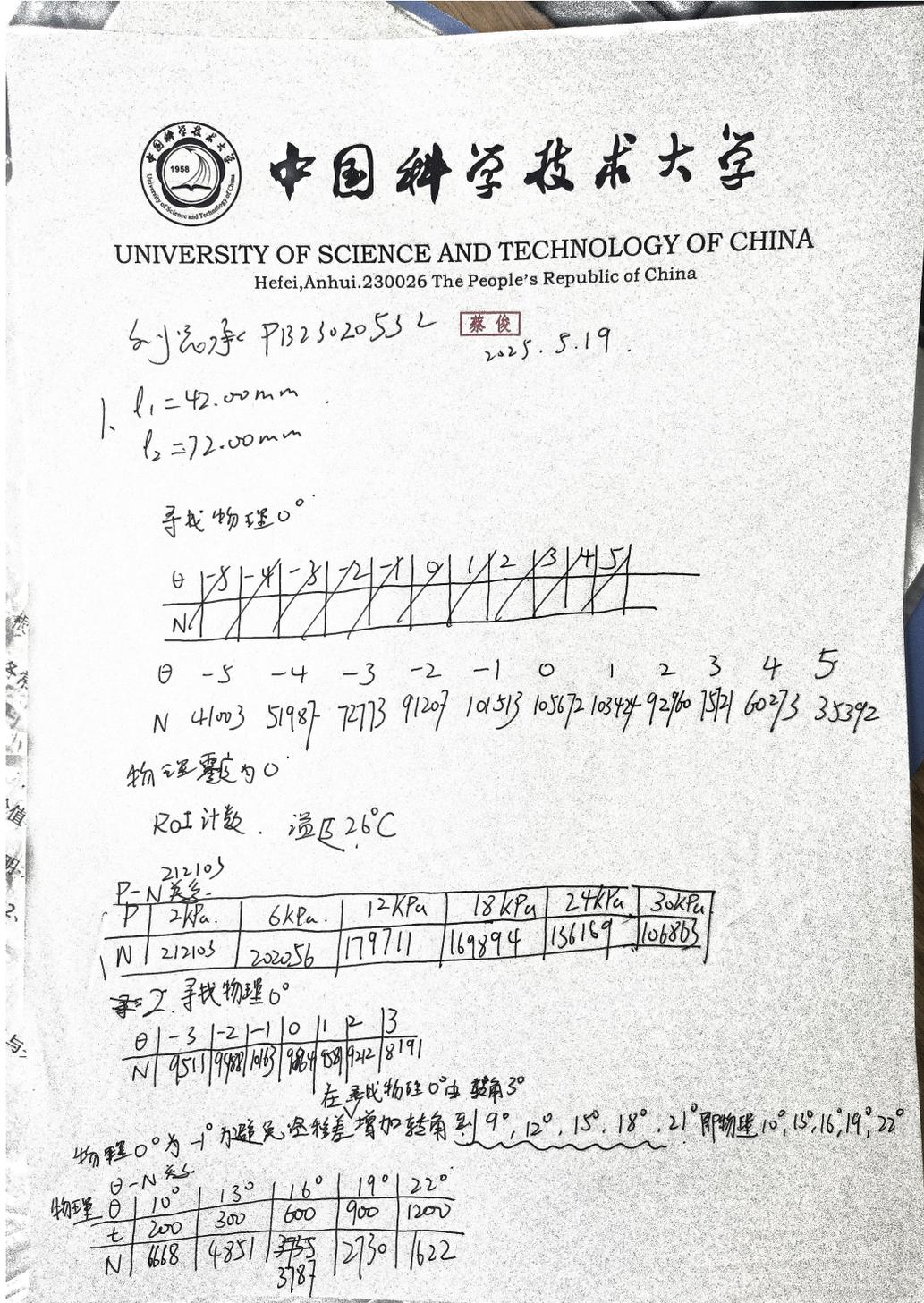


图 11: 原始数据 1